

大学院前期(修士)課程(物理学専攻、宇宙地球科学専攻)入試問題
物理学 A2
(平成9年9月)

A2-1 と A2-2 の 2 問題とも解答せよ。解答用紙の問題番号の欄に問題番号を書くこと。

A2-1

以下の問に答えよ。使用する単位系は MK S A 単位系が望ましいが、他の単位系でも良い。問題を解く前に、使用する単位系を明記せよ。

- (1) ある物質の原点 ($r = 0$) に点電荷を置いたとき、周りで電荷分離が起こり、この点電荷のクーロン場が遮蔽(しゃへい)され、静電ポテンシャル $\phi(r)$

$$\phi(r) = \frac{A}{r} \cdot \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \quad (1)$$

となったとする。ここで、 r は原点からの距離で、 A , λ は定数。この時、原点以外の空間に分布する電荷密度 $\rho(r)$ を求めよ。ただし、系が球対称であることから、ラプラシアンは

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

で与えられることを利用せよ。

- (2) 上記の (1) 式のようにポテンシャルが原点で無限大になることは、原点に点電荷が存在することを示す。この点電荷の大きさをガウスの法則を用いて求めよ。
- (3) 無限に広がった真空中で、 $x = 0$ の面に面電荷が存在し、単位面積当りの電荷量 σ が $\sigma = \sin(ky)$ である場合。つまり、電荷密度 $\rho(r) = \delta(x) \sin(ky)$ で与えられる場合を考える。ただし、 k は定数。この時生じる z 方向に一様な静電ポテンシャル $\phi(x, y)$ が $\phi(x, y) = \varphi(x) \sin(ky)$ の形に書けるとして、 $\varphi(x)$ の形を求めよ。また、 $\phi(x, y)$ が作る電気力線のおおよその様子を $0 \leq y \leq \frac{2\pi}{k}$ について図示せよ。
- (4) 誘電率 ϵ 、透磁率 μ が一定の物質中に、電流密度 $i(r, t)$ 、電荷密度 $\rho(r, t)$ が存在する時のマックスウェル方程式を書き下し、それより電磁場のエネルギーの保存式が

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = Q$$

の形となることを示せ。ただし、上式で磁場の強さを \mathbf{H} 、電場を \mathbf{E} として

$$u = \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 + \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2$$

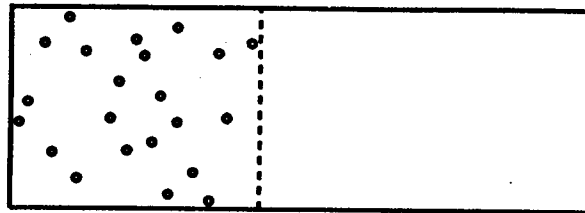
である。また、 u, \mathbf{S}, Q の物理的な意味を説明せよ。導出の際、ベクトル \mathbf{A}, \mathbf{B} に対する公式

$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A})$$

を用いてよい。

A2-2

図1のように体積 V_1 の容器に閉じこめられた圧力 P_1 、温度 T_1 、粒子数 n モルの気体が仕切り壁を取り除かれたあと、体積 V_2 の真空領域に拡散していき、最終的に熱平衡状態になる過程を考える。ただし、外界との熱の出入りが無いとする。



V_1

V_2

図 1

(1) 気体の状態方程式が $PV = nRT$ で与えられる場合、初期状態と最終状態で次の量の変化を求めよ。(ただし、 P は圧力、 V は体積、 R は気体定数、 T は温度)

(1-1) 内部エネルギー

(1-2) 温度

(1-3) エントロピー

(2) 気体の状態方程式が $PV = nRT - an^2/V$ で与えられる場合、初期状態と最終状態で次の量の変化を求めよ。(ただし、 a は小さいとし、 a の一次まで求めればよい。また、系の定積比熱 C_V は一定とする。)

(2-1) 内部エネルギー

(2-2) 温度

(2-3) エントロピー

(3) 粒子間に弱い引力が働いている場合、問題(2)で考えた a の符号の正負を決定せよ。